

## WYZNACZENIE WŁAŚCIWOŚCI LEPKOSPĘŻYSTYCH MIĄŻSZU JABŁEK NA PODSTAWIE TESTU RELAKSACJI NAPRĘŻEŃ

*K. Gołacki, Z. Stropek*

Zakład Teorii Maszyn i Automatyki AR, ul. Doświadczalna 50 A, 20-280 Lublin  
e-mail: gołacki@faunus.ar.lublin.pl

**Streszczenie.** W artykule zaprezentowano wyniki testów relaksacji naprężeń w ściskanych osiowo walcowych próbkach mięszu jabłek. Przedstawiono wpływ prędkości deformacji na wielkość maksymalnej siły reakcji próbki podczas testu. Wyznaczono zmienny w czasie współczynnik Poissona, moduł ściśliwości objętościowej i moduł odkształcenia postaciowego.

**Słowa kluczowe:** Test relaksacji naprężeń, współczynnik Poissona.

### WSTĘP

Znajomość reakcji owoców i warzyw na różnego typu obciążenia mechaniczne umożliwia wyznaczenie wielu cech materiałowych. Są one pomocne przy określaniu ich odporności na uszkodzenia oraz ocenie jakości konsumpcyjnej i przechowalniczej. Niektóre zjawiska występujące w wysoko uwodnionych produktach rolnych mogą być opisane przy pomocy liniowych modeli lepkospężytych. Szerokie zastosowanie znajduje tu uogólniony model Maxwella wykorzystywany zwykle do opisu relaksacji naprężeń. Podwójny test relaksacji naprężeń przeprowadzony na dwóch próbkach tego samego materiału w warunkach różnych stanów naprężeń i odkształceń daje także możliwość wyznaczenia lepkospężytych odpowiedników modułu sprężystości objętościowej –  $K(t)$  oraz współczynnika Poissona –  $\nu(t)$  [1, 3, 4,].

## MATERIAŁ I METODA

Przedmiotem badań były jabłka odmiany Jonagold. Z każdego jabłka wycinano dwie walcowe próbki o średnicy i wysokości 20 mm. Obie próbki poddawano testowi relaksacji naprężeń ściskając wstępnie wzdłuż osi o wartości 1,7 mm.

Pierwszą próbkę odkształcano między dwoma równoległymi płytkami w warunkach jednoosiowego ściskania. Drugą próbkę umieszczono w cylindrze i odkształcano poprzez przesuwanie tłoka zapobiegając w ten sposób przemieszczeniom bocznym. Zakładając, że materiał obu próbek jest identyczny otrzymujemy dwa układy równań opisujących zachowanie się materiału w warunkach jednoosiowego stanu naprężeń i jednoosiowego stanu odkształceń. Równania te umożliwiają wyznaczenie dwóch niezależnych stałych materiałowych [7].

Testy przeprowadzono na uniwersalnej maszynie wytrzymałościowej INSTRON 6022 dla trzech różnych prędkości deformacji 3,3 mm/s, 0,833 mm/s, 0,083 mm/s. Próbki poddawano deformacji, a następnie utrzymywano stałe odkształcenie rejestrując wartość siły reakcji w czasie 120 sekund. Badania przeprowadzono wykonując 10 powtórzeń dla każdej prędkości deformacji oraz rodzaju testu.

## WYNIKI I DYSKUSJA

Do opisu zachowania się miąższu jabłek pod obciążeniem użyto cztero-parametrowego modelu Maxwella, w którym w postaci warunków brzegowych uwzględniono kształt próbki i kierunek jej obciążenia. Wykorzystano wzór podany przez Chena [2] dla próbki walcowej ściskanej wzdłuż osi:

$$F(t) = \sum_{i=1}^2 \left( \int_0^{t_m} \frac{p}{l} \cdot a \cdot E_i \cdot e^{-\frac{E_i}{\eta_i}(t_m-t)} \cdot dt \right) \cdot e^{-\frac{E_i}{\eta_i}(t-t_m)} \quad (1)$$

gdzie:  $p$  – pole przekroju poprzecznego,  $a$  – prędkość deformacji,  $l$  – wysokość próbki,  $E_i$ ,  $\eta_i$  – współczynniki sprężystości i lepkości zastosowanego modelu,  $t_m$  – czas narastania odkształcenia,  $t$  – czas liczony od chwili rozpoczęcia odkształcania próbki.

Wzór obowiązuje dla drugiej fazy testu, w której utrzymywano stałe odkształcenie ( $t > t_m$ ). We wzorze (1) uwzględniono także relaksację naprężeń mającą miejsce w założonym modelu próbki już w czasie narastania odkształcenia.

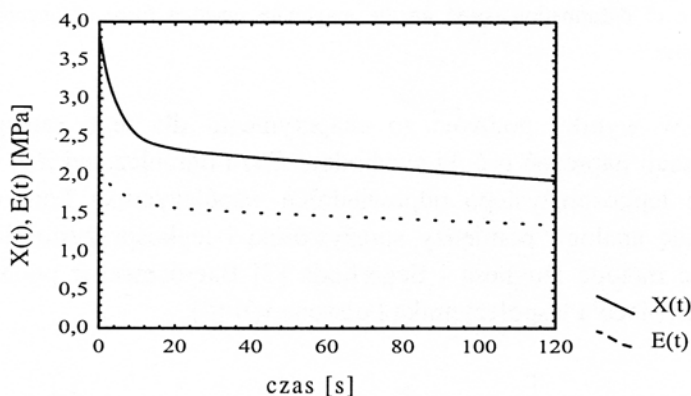
W celu ułatwienia obliczeń otrzymane w wyniku eksperymentu przebiegi siły reakcji próbek aproksymowano formułami empirycznymi o postaci:

$$F(t) = \sum_{i=1}^2 A_i \cdot e^{-\alpha_i \cdot t} \quad (2)$$

gdzie:  $A_i$ ,  $\alpha_i$  – parametry.

Do aproksymacji wybierano 20 punktów pomiarowych, przy czym 12 pierwszych w odstępie jednej sekundy, a 8 pozostałych co 15 sekund.

Wykorzystując model (1) otrzymano wartości współczynników  $E_i$  i  $\eta_i$  dla próbek ściskanych swobodnie i w cylindrach przy różnych prędkościach deformacji wstępnej. Konsekwencją przyjęcia modelu siły reakcji według wzoru (1) jest fakt, że poddając testowi relaksacji idealne ciało Maxwella otrzymalibyśmy identyczne wartości parametrów  $E_i$  i  $\eta_i$  przy różnych prędkościach deformacji wstępnej. Rysunek 1 prezentuje przykładowe przebiegi funkcji relaksacji naprężeń ściskających dla próbek swobodnych  $E(t)$  i próbek ściskanych w cylindrach  $X(t)$ . Zgodnie z oczekiwaniami, wartości siły reakcji próbek ograniczonych w porównaniu ze swobodnymi były wyższe, a różnica pomiędzy nimi malała w miarę upływu czasu.

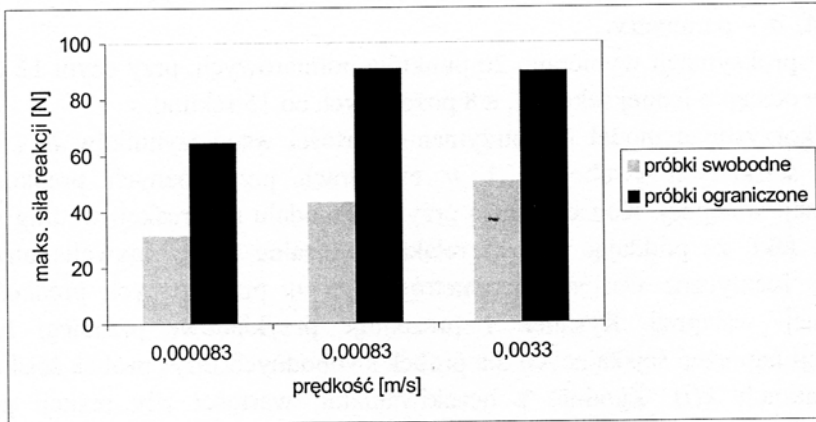


**Rys. 1.** Przebieg w czasie funkcji relaksacji naprężeń próbek tego samego owocu ściskanych w cylindrze  $X(t)$  i ściskanych swobodnie  $E(t)$ .

**Fig. 1.** Typical course of relaxation functions for unconstrained  $E(t)$  and constrained  $X(t)$  samples cut from the same fruit.

Maksymalna siła reakcji próbki rejestrowana w chwili uzyskania zakładanego odkształcenia osiągała wartości około dwukrotnie wyższe dla próbek ograniczo-

nych. Zauważono wyraźny wzrost wartości średnich tej siły dla obu wyższych prędkości deformacji (Rys. 2). Analogiczne wartości średnie siły maksymalnej dla próbek swobodnych wykazywały stały wzrost wraz ze wzrostem prędkości co charakteryzuje ciała Maxwella.



**Rys. 2.** Wpływ prędkości deformacji na wartość maksymalnej siły reakcji próbek swobodnych i ograniczonych.

**Fig. 2.** Influence of deformation speed on the maximum reaction force of unconstrained and constrained samples.

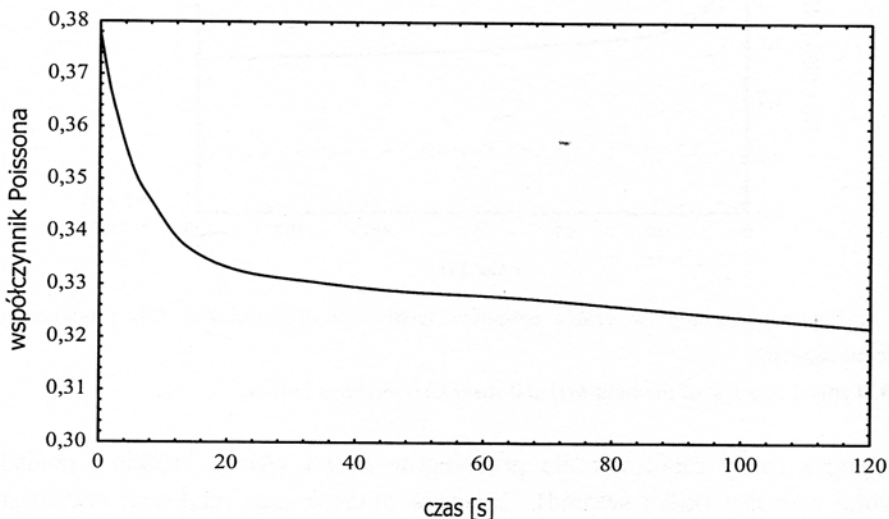
Wyznaczone w wyniku podwójnego eksperymentu dla tego samego owocu funkcje relaksacji naprężeń próbki swobodnej  $E(t)$  i ograniczonej  $X(t)$  pozwalają na obliczenie lepkosprężystego odpowiednika współczynnika Poissona -  $\nu(t)$ . Stosując zasadę analogii pomiędzy sprężystością i lepkosprężystością [3] oraz wykorzystując metodę Hughesa i Segerlinda [7] Baerdemaeker podał wzór na transformatę Laplace'a współczynnika Poissona  $\nu(t)$  [4]:

$$\nu(s) = \frac{I}{4 \cdot s} \cdot \left[ \frac{E(s)}{X(s)} - I + \left[ \left( \frac{E(s)}{X(s)} - I \right)^2 - 8 \cdot \left( \frac{E(s)}{X(s)} - I \right) \right]^{\frac{1}{2}} \right] \quad (3)$$

gdzie:  $s$  – zmienna zespolona.

W celu znalezienia oryginału powyższej transformaty użyto metody opracowanej przez Stankiewicz [8] wykorzystującą zmodyfikowane funkcje Bessela I

rodzaju, zerowego i pierwszego rzędu. Przykładowy przebieg zmiennego, w czasie trwania eksperymentu, współczynnika Poissona przedstawia Rys. 3. Współczynnik Poissona  $\nu(t)$  miąższu jabłek miał przebieg wykładniczy, a jego wartość dla wszystkich badanych próbek zawierała się w granicach 0,3 do 0,4. Nie stwierdzono wpływu prędkości deformacji wstępnej na przebieg współczynnika Poissona  $\nu(t)$ .



**Rys. 3.** Typowy przebieg w czasie wartości współczynnika Poissona  $\nu(t)$  dla miąższu jabłek Jonagold przy prędkości deformacji 0,83 mm/s.

**Fig. 3.** Typical course of the Poisson's ratio  $\nu(t)$  in time for Jonagold apple flesh at deformation rate 0,83 mm/s.

Dysponowanie wyznaczonymi poprawnie na gruncie teorii lepkospężystości funkcjami relaksacji naprężeń ściskających  $E(t)$  i  $X(t)$  oraz zmiennym w czasie współczynnikiem Poissona umożliwia uzyskanie formuł analitycznych transformaty Laplace'a zmiennego w czasie modułu ściśliwości objętościowej  $K(s)$  i odkształcenia postaciowego  $G(s)$ . Jednak te formuły są na tyle skomplikowane, że poszukiwanie oryginałów nie jest możliwe przy użyciu procedur będących aktualnie w dyspozycji autorów. Dlatego też zdecydowano się na oszacowanie wartości modułów  $K(t)$  i  $G(t)$  w oparciu o zależności obowiązujące w teorii sprężystości, rezygnując z poszukiwania zależności analitycznych.

## WNIOSKI

1. W zastosowanym zakresie prędkości deformacji wstępnej nie stwierdzono jej istotnego wpływu na przebieg wielkości  $K(t)$ ,  $G(t)$ ,  $\nu(t)$ .
2. Stwierdzono małą zmienność wartości modułu ścinania podczas drugiej fazy testu tj. przy ustabilizowanej wartości odkształcenia.
3. Stwierdzono przydatność podwójnego testu relaksacji naprężeń do wyznaczenia współczynnika Poissona materiału lepkospreżystego.

## PIŚMIENNICTWO

1. **Chen P.:** Creep response of a generalized Maxwell model. Int. Agrophysics, 8, 555-558, 1994.
2. **Chen P., Fridley R. B.:** An analytical method of determining viscoelastic constants of agricultural materials Transaction. of the ASAE, 15, 1103-1106, 1972.
3. **Christensen R.M.:** Theory of viscoelasticity. An introduction. Academic Press, New York, 1971.
4. **De Baerdemaeker J.G., Segerlind L.J.:** Determination of the viscoelastic properties of apple flesh. Transaction of the ASAE, 19(2), 346-348, 353, 1976.
5. **Gołacki K.:** Prędkość i energia w procesie deformacji materiału roślinnego na przykładzie korzeni marchwi. ZPPNR, 425, 61-66, 1996.
6. **Gołacki K.:** Test relaksacji naprężeń dla korzeni marchwi. ZPPNR, 443, 347-351, 1996.
7. **Hughes H., Segerlind L.J.:** A rapid mechanical method for determining Poisson's ratio in biological materials. ASAE paper No. 72-310, ASAE, St. Joseph, MI 49085, 1972.
8. **Hughes H., Segerlind L.J.:** A rapid mechanical method for determining Poisson's ratio in biological materials. ASAE paper No. 72-310, ASAE, St. Joseph, MI 49085, 1972.
9. **Stankiewicz A.:** Metoda wyznaczania oryginałów transformaty Laplace'a wybranych postaci funkcji. Praca niepublikowana, Lublin, 2000.

## DETERMINATION OF VISCOELASTIC PROPERTIES OF APPLE FLESH ON THE BASE OF STRESS RELAXATION TEST

*K. Gołacki, Z. Stropek*

Department of Machine Theory and Automatics, University of Agriculture  
ul. Doświadczalna 50 A, 20-280 Lublin  
e-mail: gołacki@faunus.ar.lublin.pl

**S u m m a r y.** The aim of this paper was to determine the viscoelastic characteristics of apple flesh in the form of elastic and viscous time-depending modulus, bulk modulus, shear modulus and Poisson's ratio. The influence of deformation speed on the maximum of sample reaction force during the stress relaxation test was also determined.

**K e y w o r d s:** Stress relaxation test, Poisson's ratio.